www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

École Supérieure de Gestion

CONCOURS D'ENTRÉE 1989

CONCOURS FORMULE GENERALE
EPREUVE DE MATHEMATIQUES II
DUREE : 3 HEURES
COEFFICIENT : 2

Les parties I et II et III du problème sont indépendantes.

b, r, j, n, sont des entiers naturels non nuls.

$s = b + r + j$ et $n < b + r + j$

Une urne contient b boules blanches , r boules rouges et j boules jaunes. Les boules blanches sont numérotées de 1 à b. Toutes les boules rouges portent le numéro 0 de même que toutes les boules jaunes.

I - On tire de cette urne simultanément n boules (on suppose l'équiprobabilité des tirages) et on désigne par Y la variable aléatoire égale à la somme des numéros portés par les boules tirées.

1) Déterminer la loi de probabilité de Y, l'espérance mathématique et la variance de Y lorsque :

$b = 3$, $r = 1$, $j = 4$ et $n = 3$

2) On définit pour tout entier i naturel tel que $1 \leqslant i \leqslant b$ la variable aléatoire X_i égale à i si la boule portant le numéro i est dans le tirage des n boules et qui prend la valeur 0 sinon

Soient i et k deux entiers tels que :

$i \neq k$ et $1 \leqslant i \leqslant b$; $1 \leqslant k \leqslant b$.

a) Déterminer la loi conjointe du couple $(X_i\ X_k)$.

On présentera la loi de la probabilité par un tableau à double entrée ou les probabilités seront exprimées en fonction de s et de n.

b) Déterminer la covariance du couple $(X_i\ X_k)$ uniquement exprimée en fonction de i, k, n et s.

c) Les variables X_i et X_k sont-elles indépendantes ?

d) Soit la variable $U = \sum_{i=1}^{i=b} X_i$

Déterminer l'espérance mathématique et la variance de U. Ces deux nombres seront exprimés uniquement en fonction de n, b et s.

e) Calculer l'espérance mathématique et la variance de U dans le cas où $b = 3$, $r = 1$, $j = 4$, $n = 3$.

f) Que peut-on dire des variables U et Y ?

TSVP

II - On tire maintenant une à une avec remise des boules de l'urne (on suppose l'équiprobabilité des tirages) et on arrête les tirages dès que l'on a obtenu pour la première fois une boule blanche.

Soit Z la variable aléatoire égale au nombre de boules tirées.

1) Déterminer la loi de la probabilité de Z et calculer son espérance mathématique et sa variance.

2) On définit la variable aléatoire X égale au nombre de boules rouges obtenues pendant l'expérience c'est à dire jusqu'à l'obtention de la première boule blanche.

Soit k un entier naturel non nul et i un entier naturel,

a) Calculer la probabilité de l'événement $X = i$ sachant que $Z = k$

b) On suppose $b = 2$ $r = 2$ j. Déterminer la loi de la probabilité de X et calculer l'espérance et la variance de X.

III - On suppose dans cette partie $b = 2$, $r = 4$ et $j = 4$

On tire de cette urne successivement et avec remise deux boules de cette urne. On suppose l'équiprobabilité des tirages.

Soit T la variable aléatoire égale à la somme des numéros portés par les deux boules tirées.

1 - Déterminer la loi de la probabilité de T et calculer l'espérance et la variance de T.

2 - On appelle expérience le tirage successif et avec remise de deux boules de cette urne.

On répéte m fois de suite cette expérience (l'urne ayant toujours 2 boules blanches, 4 boules rouges et 4 boules jaunes avant et après chaque expérience).

Soit A l'événement "la somme des numéros obtenus lors d'une expérience est égale à 3."

Soit Z_m la variable aléatoire égale à la fréquence d'apparition de l'événement A lors des m expériences.

Soit V_m la probabilité de l'événement $\frac{1}{100} < Z_m < \frac{3}{100}$

a) Calculer l'espérance et la variance de Z_m

b) déterminer une suite $(W_m)_{m \in \mathbb{N}^*}$ telle que :

$\forall m \in \mathbb{N}^* \quad W_m \leq V_m$ et $\lim_{m \to +\infty} W_m = 1$

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail